Funded by the European Union

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТИРЛИГИ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

THE WORLD BANK

Разработка измерительных материалов для оценки математической грамотности

Рослова Лариса Олеговна

Иссык-Куль 2022

PISA

PISA

Продолжим знакомиться:

с моделью заданий для оценки и формирования математической грамотности,

с системой оценивания выполнения заданий

Модель задания для формирования и оценки МГ

Контекст:
- *Личная жизнь*
- *Образование/ профессии*
- *Общественная жизнь*
- *Научная деятельность*

Когнитивная область:
- *формулировать*
- *применять*
- *интерпретировать/оценивать*
- *рассуждать*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ
Задания

Область содержания:
- *Изменения и зависимости*
- *Пространство и форма*
- *Неопределенность и данные*
- **Количество**

Основные положения:
- Соответствие стандарту
- Актуальность мат. содержания (по классам)
- Использование компьютера

Принципы:
- Комплексность
- Мотивационность
- Реалистичность
- Проблемность
- Вариативность способов
- Компетентностность
- Уровневость

Структура:
- Текст-описание – вербальный, графический
- Иллюстрации
- Справочный материал
- Вопросы

Характеристики задания

- **Основные характеристики (PISA):**

1) Область содержания

2) Когнитивный процесс

3) Контекст

- **Дополнительные характеристики:**

4) Класс (5-9)

5) Уровень сложности (низкий, средний, высокий)

6) Формат ответа (выбор ответа, множественный выбор, краткий ответ, развернутый ответ)

7) Объект оценки/Умения (проверяемые/формируемые, предметные/метапредметные)

8) Оценка и критерии (1 балл или 2 балла)

Пример «Парусные корабли»

1) $3500000 \cdot 0{,}2 = 700000$ (л)
2) $700000 \cdot 0{,}42 = 294000$ (з.)
3) $2500000 : 294000 \approx 8{,}5$ (л.)

Оценка: ***Ответ принимается полностью*** - 1 балл: Ответ от 8 до 9 лет, который сопровождается соответствующими вычислениями.

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зеда за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

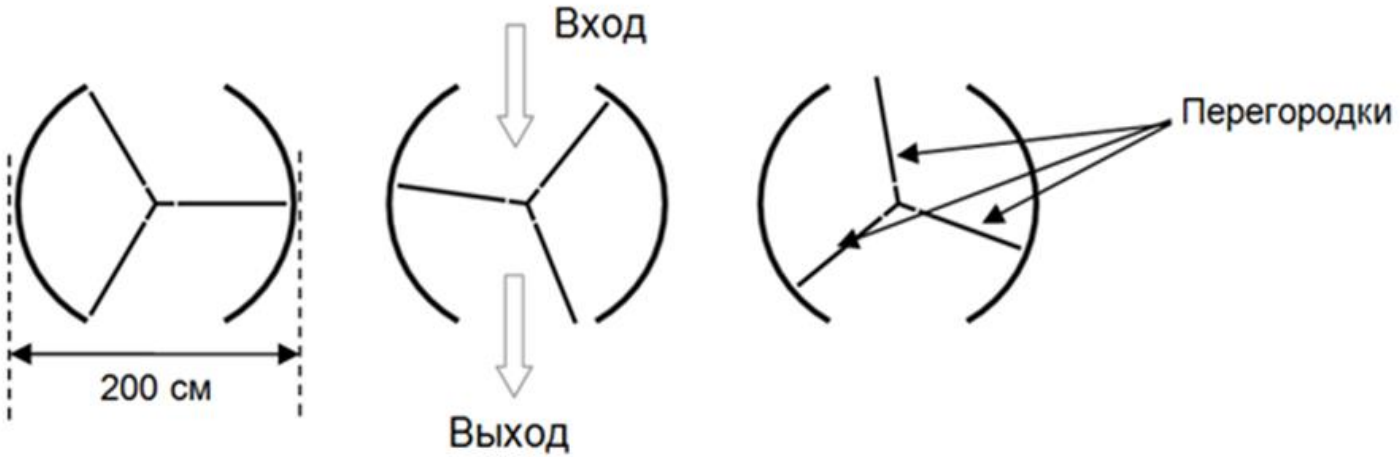
Название: «Новая волна».
Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).
Длина: 117 метров.
Ширина: 18 метров.
Грузоподъёмность: 12 000 тонн.
Максимальная скорость: 19 узлов.
Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.

Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Пример «Вращающаяся дверь»

Пример «Вращающаяся дверь». Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Вопрос 1. Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками?

Величина угла: ____ º

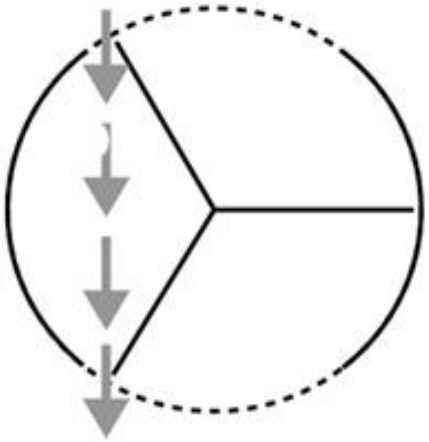
Оценка: ***Ответ принимается полностью*** - 1 балл: 120 º

Пример «Вращающаяся дверь»

Вопрос 2. Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход.

Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Ответ: в пределах от 103 до 105 (значение зависит от точности значения π, использованного в вычислениях), принимаются ответы ($\frac{100\pi}{3}$), вычисленные как 1/6 длины окружности.

Оценка: ***Ответ принимается полностью*** - 1 балл.

Пример «Вращающаяся дверь»

Вопрос 3.

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трёх секторов двери могут поместиться максимально 2 человека. Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?

A. 60 – 16%

B. 180 – 14%

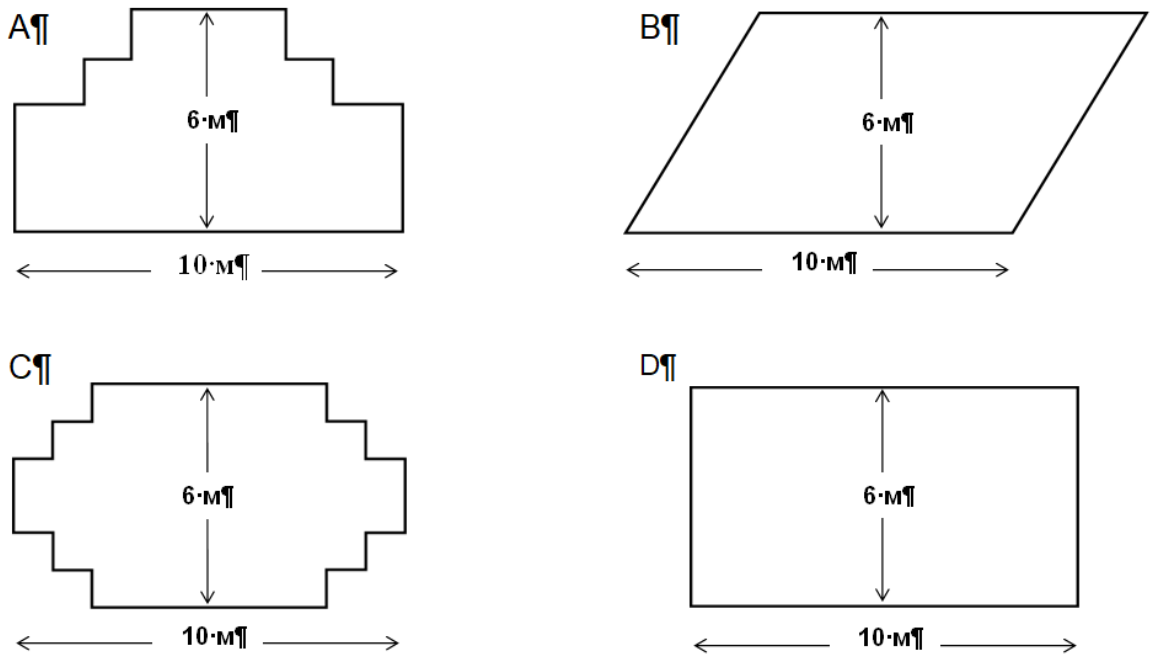
C. 240 – 29%

D. 720* – 38%

Оценка: ***Ответ принимается полностью*** - 1 балл: D

Пример «Садовник»

У садовника есть 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы надо выбрать из следующих вариантов. Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?



План клумбы	Ответ
A	Да / Нет
B	Да / Нет
C	Да / Нет
D	Да / Нет

Оценка:

Ответ принимается полностью – 2 балла:

Даны все 4 верных ответа: Да, Нет, Да, Да

Ответ принимается частично – 1 балл: Даны 3 любых верных ответа.

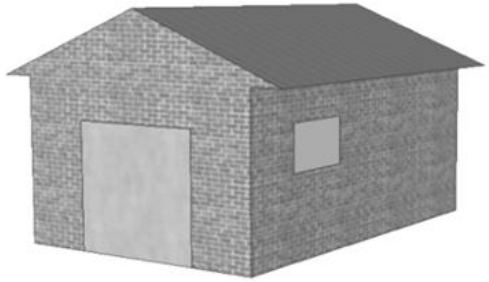
Ответ не принимается – 0 баллов: *2* или меньше верных ответа.

Пример «Гараж»

ГАРАЖ

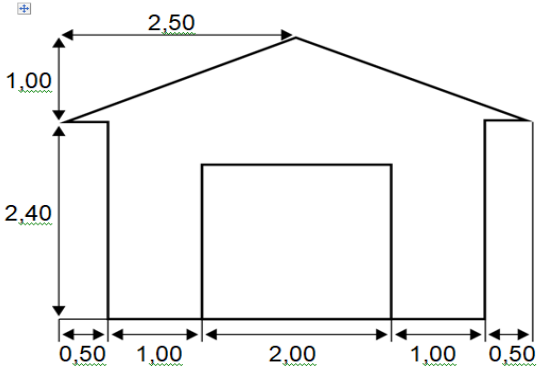
«Базовый» ассортимент производителя гаражей включает в себя модели только с одним окном и одной дверью.

Дима выбирает следующую модель из «базового» ассортимента. На ней показано расположение окна и двери.

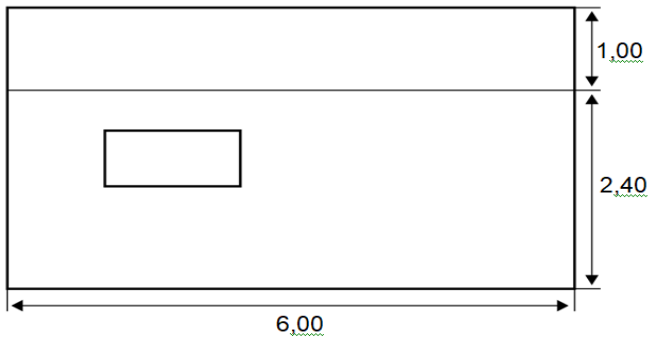


Вопрос 2: ГАРАЖ PM991Q02 – 00 11 12 21 99

На двух приведённых ниже планах показаны размеры (в метрах) гаража, выбранного Димой.



Вид спереди



Вид сбоку

Замечание: Планы изображены не в масштабе.

Крыша сделана из двух одинаковых прямоугольных секций.
Вычислите площадь **всей** крыши. Приведите решение.

Оценка:

Ответ принимается полностью - 2 балла:

Любые значения от 31 до 33 с приведенными верными вычислениями.

- $AB = \sqrt{2,5^2 + 1^2} = \sqrt{7,25}$; $S = 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{7,25} \approx 32,31$
- $12 \cdot 2,6 = 31,2$
- $12 \cdot \sqrt{7,25}$ м^2
- $12 \cdot 2,69 = 32,28$ м^2
- $12 \cdot 2,7 = 32,4$ м^2

Область содержания:

Пространство и формы

Когнитивный процесс:

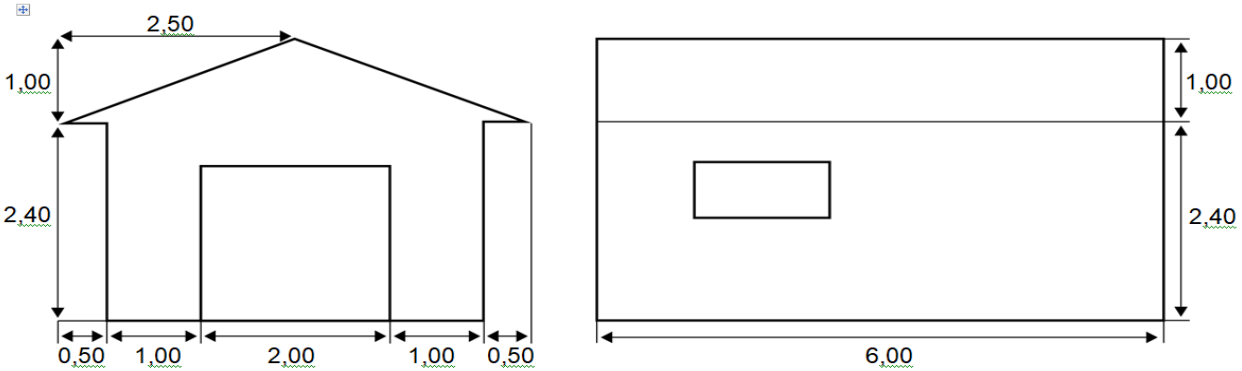
Применять

Пример «Гараж»

PM991Q02 – 00 11 12 21 99

Вопрос 2: ГАРАЖ

На двух приведённых ниже планах показаны размеры (в метрах) гаража, выбранного Димой.



Вид спереди

Вид сбоку

Замечание: Планы изображены не в масштабе.

Крыша сделана из двух одинаковых прямоугольных секций.
Вычислите площадь **всей** крыши. Приведите решение.

Оценка:

Ответ принимается частично - 1 балл :

Верно использована теорема Пифагора, но сделана вычислительная ошибка

или использована неверная длина

или полученная площадь не удвоена.

Примеры ответов учащихся:

- $2{,}5^2 + 1^2 = 6$; $12 \cdot \sqrt{6} = 29{,}39$ *[Верно использована теорема Пифагора, но сделана вычислительная ошибка]*.
- $2^2 + 1^2 = 5$; $2 \cdot 6 \cdot \sqrt{5} = 26{,}8$ м^2 *[Использована неверная длина]*.
- $6 \cdot 2{,}6 = 15{,}6$ *[Не удвоена площадь крыши]*.

Не применялась теорема Пифагора, но в нем использовано разумное значение для ширины крыши (например, любое значение от 2,6 до 3) и последующие вычисления верны.

1 Балла – есть логика решения!

Примеры ответов учащихся:

- $2{,}75 \cdot 12 = 33$
- $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$

Подумайте!

Как оценить это задание?

Вопрос 3: ВЕЛОСИПЕДЫ

Длина окружности покрышки колеса велосипеда Петра равна 96 см или 0,96 м. У его велосипеда три скорости, которые устанавливаются с помощью нижней, средней и верхней передач. У этого велосипеда следующие передаточные соотношения:

нижнее	3:1	среднее	6:5	верхнее	1:2

Сколько раз надо Петру повернуть педали, чтобы проехать 960 м на средней передаче? Приведите решение.

ЗАМЕЧАНИЕ: *Передаточное соотношение 3:1 означает, что при трех полных поворотах педалей колесо велосипеда делает 1 полный оборот.*

Подумайте!

Сравните с оценкой PISA.

ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

Ответ принимается полностью

Код 21: Дан ответ 1200 поворотов педалей и приведено верное решение. Имейте в виду, что верный числовой ответ даже при отсутствии решения демонстрирует использование верного метода решения, такой ответ принимается полностью.

- Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 1000 полных оборотов, что соответствует $1000 \cdot \frac{6}{5}$ =1200 поворотам педалей.
- Число оборотов колеса 960 м : 0,96 м= 1000 (обор).

Составляем пропорцию: 6 (оборотов педалей) – 5 (оборотов колеса)
x (оборотов педалей) – 1000 (оборотов колеса)

Ответ принимается частично

Код 11: Дан ответ 12 поворотов педалей. Использован правильный способ решения, но допущены ошибки при переводе единиц измерения.

- Чтобы проехать 960 м, колеса должны сделать 10 оборотов (ученик забыл, что расстояние в таблице дано в см), что соответствует $10 \cdot \frac{6}{5}$ =12 поворотам педалей

Подумайте!

Сравните с оценкой PISA.

Код 12: Верный способ решения, но имеется незначительная вычислительная ошибка или вычисления не закончены.

- При 3 поворотах педалей колесо совершает 2,5 оборота. 1 оборот колеса = 0,96 м, значит, 3 оборота педалей = 2,4 м. Поэтому нужно 400 поворотов педалей, чтобы проехать 960 м. *[Не выполнено действие 400 · 3 = 1200.]*
- 1000 оборотов педалей потребуется (960:0,96), чтобы проехать 960 м, поэтому потребуется 833 поворота педалей на средней передаче (5/6 от 1000). *[Метод решения верный, но взято обратное отношение.]*
- $5 \cdot 0,96 = 4,8$ и 960 : 4,8 = 200 поворотов педалей. Сейчас 200:5 = 40 и $40 \cdot 6 = 240$. Поэтому потребуется 240 поворотов. *[Выполнено лишнее деление на 5.]*

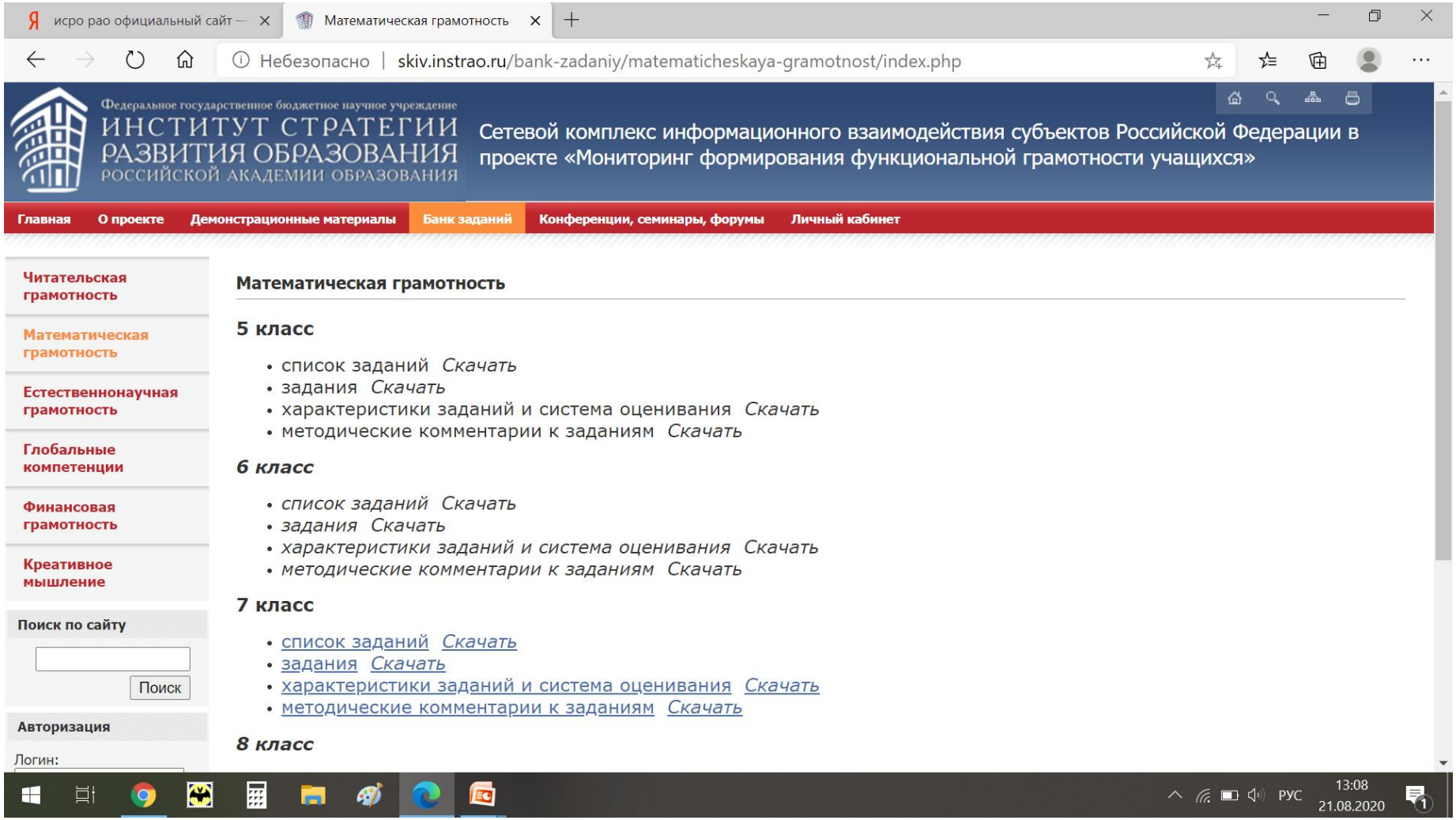
Ответ не принимается

Код 00: Другие ответы.

- 96000:5 = 19200; $19200 \cdot 6 = 115200$ поворотов педалей. *[Не учтена окружность колеса.]*

Банк заданий. Сайт ИСРО РАО

Математическая грамотность (instrao.ru)



Оценка выполнения заданий

- **Количество баллов:** 1 или 2
- **Форма ответа:**

  задания с выбором одного ответа - 1 балл,

  остальные (как правило) – 2 балла
- **Сложность:**

  низкая (1 балл), средняя (2 балла), высокая (2 балла)

  (как правило)

Пример «Тормозной путь». 7 класс

Тормозным путем называется расстояние, которое прошло транспортное средство от момента нажатия на педаль тормоза до полной остановки. При движении автомобиля его тормозной путь зависит от скорости и от состояния дорожного полотна, связанного с погодными условиями.

Задание 1

Сотрудник ДПС проводит занятие с водителями, нарушившими на дороге скоростной режим. Он просит их, используя данные на диаграмме, выбрать в таблице верные утверждения.

.

Утверждение	*Верно*	*Неверно*
1) Чем хуже состояние дороги, тем короче тормозной путь		
2) Чем больше начальная скорость, тем длиннее тормозной путь на сухом асфальте		
3) Длина тормозного пути на мокром асфальте более чем в 1,5 раза больше длины тормозного пути на сухом асфальте		

Пример «Тормозной путь»

Задание 2

На занятиях с будущими водителями изучается, от каких параметров зависит тормозной путь автомобиля.

Для расчета ориентировочной длины тормозного пути легкового автомобиля можно использовать формулу:

$$S = \frac{v^2}{254k},$$

где S – длина тормозного пути (в метрах),

v – скорость автомобиля в момент начала торможения (в км/ч),

k – коэффициент сцепления с дорогой.

Эта формула удобна тем, что скорость в нее подставляется в км/ч, а длина выражается в метрах.

Значения k - коэффициента сцепления с дорогой приведены в таблице:

Особенности движения автомобиля	*Значение k*
по сухому асфальту	0,7
по мокрой дороге	0,4
по укатанному снегу	0,2
по обледенелой дороге	0,1

Автомобиль, двигавшийся по мокрой дороге со скоростью 60 км/ч, начал торможение. Вычислите его тормозной путь. (*Результат округлите до целого.*)

Пример «Тормозной путь». Оценка заданий

- **Оценка:**

Задание 1

1 балл – Верные ответы: 2) и 3). Выбраны оба верных ответа, неверный ответ не выбран

Задание 2

2 балла – Дан верный ответ: 35 м

1 балл – дан ответ: 35,4 м или 35,43

Пример «Пособие на ребенка». 8 класс

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (2задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пособие на ребёнка

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.

https://aprlnr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481_foto-semi.jpg

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

Член семьи	*Доход за последние 12 месяцев, руб.*
Мама – Иванова Мария Петровна	347 040
Папа – Иванов Сергей Андреевич	429 000

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

☐ Да

☐ Нет

Обоснование: _____

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны _____ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича _____ руб.

Обоснование: _____

Пример «Пособие на ребенка»

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Пособие на ребенка. Задание 1.
Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Дан ответ: «Да». Приведено верное обоснование. *Возможное обоснование:* 1) $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167{,}5$(руб.); 2) $11054 \cdot 2 = 22\,108$ (руб.); $16\,167{,}5 < 22\,108$.
1	Дан ответ: «Нет». Приведено обоснование, где сравниваются числа 16 167,5 и 11054 (не все условия выполнены – сравнивают с одним прожиточном минимумом, а не с двумя). $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167{,}5$ (руб.); $16\,167{,}5 > 11\,054$
0	Другие ответы.

Пример 1 (2 балла).
В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11054 рубля. т.е на одного ребенка должно получаться меньше 2-х прожиточных, а именно 22108 руб.
в нашей ситуации:
347040+429000=776040:4=194010:12=16167,5.
Это меньше, чем 2 прожиточных минимума.

Пример 2 (2 балла).
Доходы за последние 12 месяцев - 776040 рублей
средний доход - 194010 рублей
средний доход в месяц – 16167,5 рублей
2 прожиточных минимума - 22108 рубля
Это больше, чем средний доход в месяц – 16167,5 рублей, следовательно, семья Ивановых имеет право получать ежемесячное пособие на ребёнка.

Пример 3 (1 балл).
У них ежемесячный доход семьи 64670 рублей. На человека в этой семье выходит 16167,5 рублей это больше, чем прожиточный минимум
Ошибка: не удвоен прожиточный минимум.

Пример «Пособие на ребенка»

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Пособие на ребенка. Задание 2.
Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста);
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

Код	Содержание критерия
2	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков составляет не менее 88432 рублей. Приведено обоснование, в котором общая сумма заработков сравнивается с 88432 руб.
1	Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков не менее 88432 рублей. Однако не приведено обоснование ответа, либо нет сравнения с числом 88432.

Пример 1 (2 балла).

Доход Марии Петровны за последние 12 мес.: 600000 рублей, Сергея Андреевича: 660000 руб.

600 т.р.+660 т.р.=1260000

1260000:4=315000

315000:12=26250, что не подходит под установленный критерий, поскольку размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11054 рубля.

Пример 2 (2 балла).

Пусть ИМП получает 43920 руб. в месяц, тогда за 12 месяцев она получит 527040 руб. Пусть ИСА получает 48750 в месяц, тогда за 12 месяцев он получит 585000 руб.

527040 + 585000 = 1112040 (руб.) - сумма доходов за 12 месяцев.

1112040 : 4 : 12 = 23167,5 (руб.)

11054 + 11054 = 22108 (руб.) – 2 прожиточных минимума

23167, 5 больше 22108, следовательно, не получат.

Пример 3 (0 баллов).

1200000 - все доходы

400000 - доходы на 1 человека в семье

33333.3 - средний доход на 1 человека в месяц

22108 меньше 33333.3 значит семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Пример «Две шкалы». Вопрос 3. 8 класс.

Вопрос 3/3

Прочитав статью в Интернете о шкале Фаренгейта, Дмитрий оставил в чате такую запись:

«**Дмитрий**, 22.01.2016 08:58
Нас учили – градус Цельсия умножить на 9, разделить на 5 и прибавить 32 – получится градус Фаренгейта».

Верно ли запомнил Дмитрий правило перевода значения температуры по шкале Цельсия в значение по шкале Фаренгейта?

Отметьте один ответ, а затем запишите объяснение к нему.

- ○ Да
- ○ Нет

Обоснование: _____

ДВЕ ШКАЛЫ

В большинстве стран мира для измерения температуры используется шкала Цельсия, однако в некоторых странах продолжают по традиции использовать шкалу Фаренгейта.

Для перевода температурных значений пользуются формулами, представленными в таблице:

Перевод значения температуры	*Формула*
из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия	°C = (°F – 32) : 1,8
из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта	°F = 1,8 ×°C + 32

Пример «Две шкалы». Вопрос 3. Оценивание

- **2 балла:** Дан ответ: ДА, приведено обоснование.

Пример обоснования:

$$°F = °C \cdot 9 : 5 + 32 = \frac{9}{5} \cdot °C + 32 = 1{,}8 \cdot °C + 32$$

$$\text{ИЛИ: } °F = 1{,}8 \cdot °C + 32 = \frac{18}{10} \cdot °C + 32 = \frac{9}{5} \cdot °C + 32 = °C \cdot 9 : 5 + 32$$

- **1 балл:** Дан ответ: ДА, обоснование содержит неточности или не носит общего характера (рассмотрен частный случай).

Область содержания: Изменение и зависимости. **Когнитивная деятельность:** Интерпретировать. **Контекст**: Научная жизнь. **Уровень сложности**: высокий. **Объект оценки:** выполнение преобразований выражений, работа с формулой. **Результат**: 10% (20%).

Пример «Две шкалы». Примеры ответов (0 баллов) и уровни освоения

❖**Уровень 1) Учащийся не распознает математический аспект ситуации.**

- «Да, этому учили в школе»
- «да правильно потому что школа фаренгейта используется во всем мире»
- «да, потому что он запомнил правильно»
- «Дмитрий запомнил правильно, потому что в статье было написано всё подробно»
- «Он прочитал в интернете и по этому должно быть правильно»

❖**Уровень 2) Формальное распознавание, учащийся не видит возможностей для преобразования ситуации (формулы):**

- «Нет, чтобы узнать значение по шкале Фаренгейта нужно 1,8 умножить на градус Цельсия и прибавить 32»
- «Градус цельсия нужно умножить на 1,8, а не на 9. И делить на 5 не нужно»
- «не верно вот формула °F = 1,8 • °C + 32»
- «так в формуле ВООБЩЕ другие числа. чтобы перевести в этот градус Фарагейта надо градус Цельсия умножить на 1 целую восемь десятых и приплюснуть 32»
- «в правеле Фаренгента нет деления, там только умножение и сложение»

Пример «Две шкалы». Примеры ответов (на 1 балл) и уровни освоения

❖ **Уровень 3) Учащийся понимает идею, но не способен выполнить преобразования:**

- «Правильно, так как если упростить предложенную формулу, то получится формула Димы»

❖ **Уровень 4) Учащийся рассматривает частный случай и не выходит на обобщение:**

- «Я взял случайное число 5 и подставил в формулу данную в таблице и получился ответ 41, затем взял это же число и подставил под формулу Дмитрия и получил такой же ответ»

❖

Пример «Две шкалы». Примеры ответов (на 2 балла) и уровни освоения

❖**Уровень 5) Учащийся способен дать обоснование:**

❖**«Прикладники: От частного к общему»:**

- «Если сначала °C×9, а затем разделить на пять, то это будет то же самое, если те же °C умножить на 1,8. Пример: °C=5. °F по формуле таблицы = 1,8×5+32= 9+32=41. А °F по формуле Димы = 5×9:5+32=9+32=41. 41=41. Значит Дима запомнил формулу правильно.»
- «Ответы получаются абсолютно одинаковыми, просто с другим решением. Подставив любое число, можно получить правильный ответ. Так как 9 разделить на 5 будет 1,8. Просто записаны по-разному. Получается у обеих формул 1,8 умножить на число и сложить 32»

❖**«Математики: Чувство числа»:**

- 9:5=1,8
- 1,8=18/10=9/5
- «Верно так как соответствует табличной формуле (отношение 9 к 5 равно 1,8)»

Подумайте!

- Что, с Вашей точки зрения, полезно изменить в системе оценивания результатов выполнения заданий учащимися?