



Funded by
the European Union

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН
БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ
МИНИСТРЛИГИ



МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ



THE WORLD BANK



Что такое математическая грамотность: оценка и формирование

Рослова Лариса Олеговна

Иссык-Куль 2022

PISA

Вопрос про число лепешек?

На базаре пекут 2 вида круглых лепешек одинаковой толщины - диаметром 40 см и 20 см. Три девочки хотели купить по одной большой лепешке, но оказалось, что такая лепешка осталась только одна. Катя считает, что вместо одной большой лепешки можно купить 2 маленьких лепешки, Ира – 3, Оля – 4.

С кем из девочек Вы согласны?

1) Катя

2) Ира

3) Оля

Ответ на вопрос о лепешках

$$S = \pi R^2 = \pi(2r)^2 = 4\pi r^2 = 4s$$



А если ошибка в расчетах при планировании экспедиции?

ОТВЕТИМ НА ВОПРОС:

- ❖ *Как оценивают математическую грамотность в исследовании PISA?*
 - Что такое «математическая грамотность»
 - Какова структура оценки
 - Какие задания используются
 - Уровни математической грамотности
- ❖ *Какие проблемы связаны с формированием математической грамотности в основной школе?*

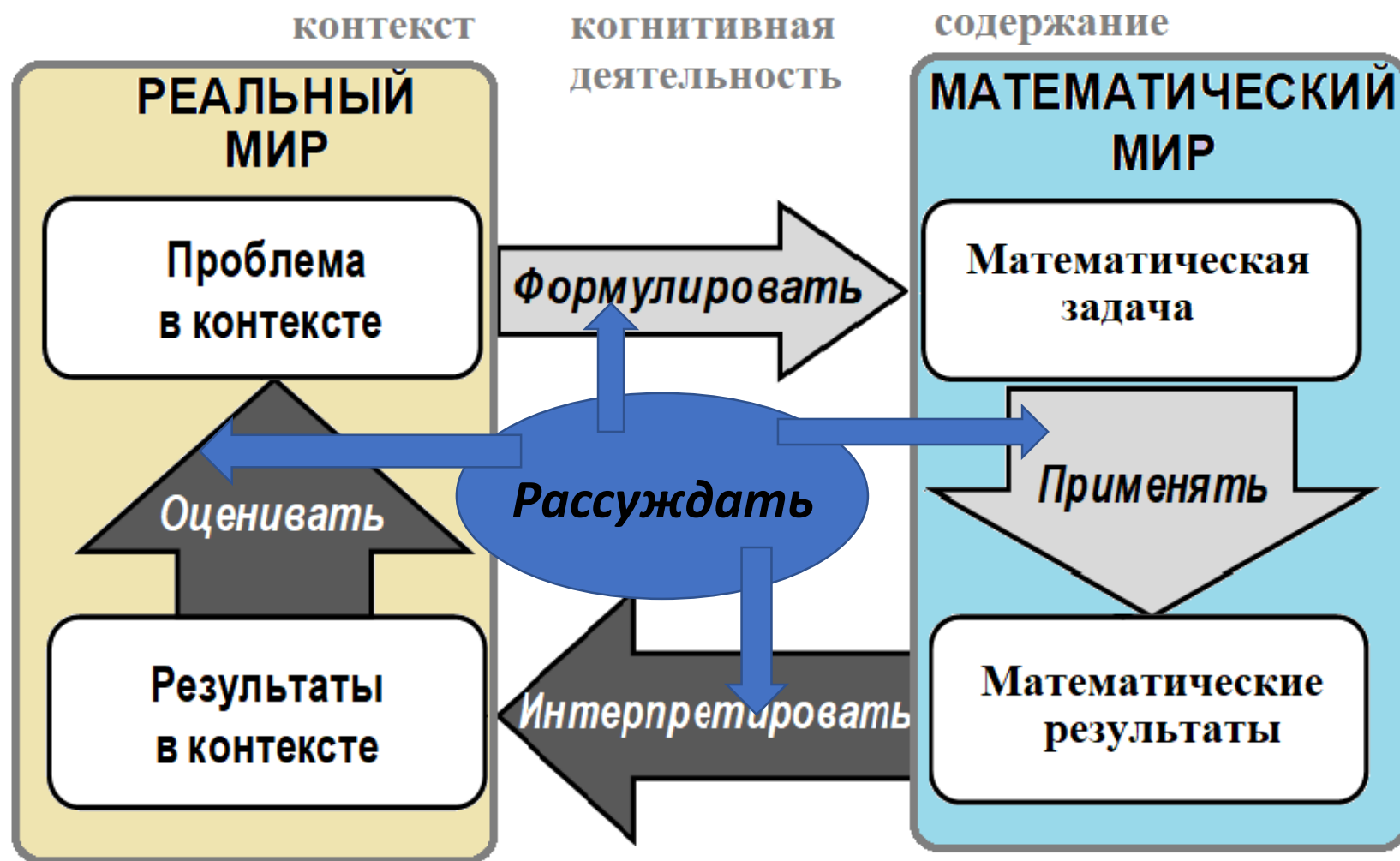
Что такое «математическая грамотность»

«**Математическая грамотность** – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира.

Она включает использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления.

Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.»

Механизм математической грамотности



Структура оценки математической грамотности

- **Контекст**, в котором представлена проблема:

*Личная жизнь; Образование/профессиональная деятельность;
Общественная жизнь; Научная деятельность*

- **Математическое содержание**, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности):

*Изменение и зависимости; Пространство и формы;
Неопределенность и данные; Количество*

- **Когнитивные процессы** (виды интеллектуальной деятельности), которые описывают деятельность ученика:

*Формулировать ситуацию математически; Применять
математические понятия, факты, процедуры; Интерпретировать,
использовать и оценивать математические результаты;
Рассуждать*

- **Формулировать ситуации математически** - способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, а затем трансформировать проблему, представленную в контексте реального мира, в математическую структуру. *# Готовые текстовые задачи и заданные способы ее решения*
- **Применять математику** - способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для решения математически сформулированной проблемы и получения математических выводов. *# В стандартных учебных ситуациях*
- **Интерпретировать/оценивать результаты** - способность размышлять над математическим решением, результатами или выводами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. *# Небольшой класс задач, поиск ошибки*
- **Рассуждать** – способность делать логические заключения, а также рассуждать над тем, как сформулировать ситуацию математически, как применить предметные навыки, как интерпретировать результат. *# Только логика*

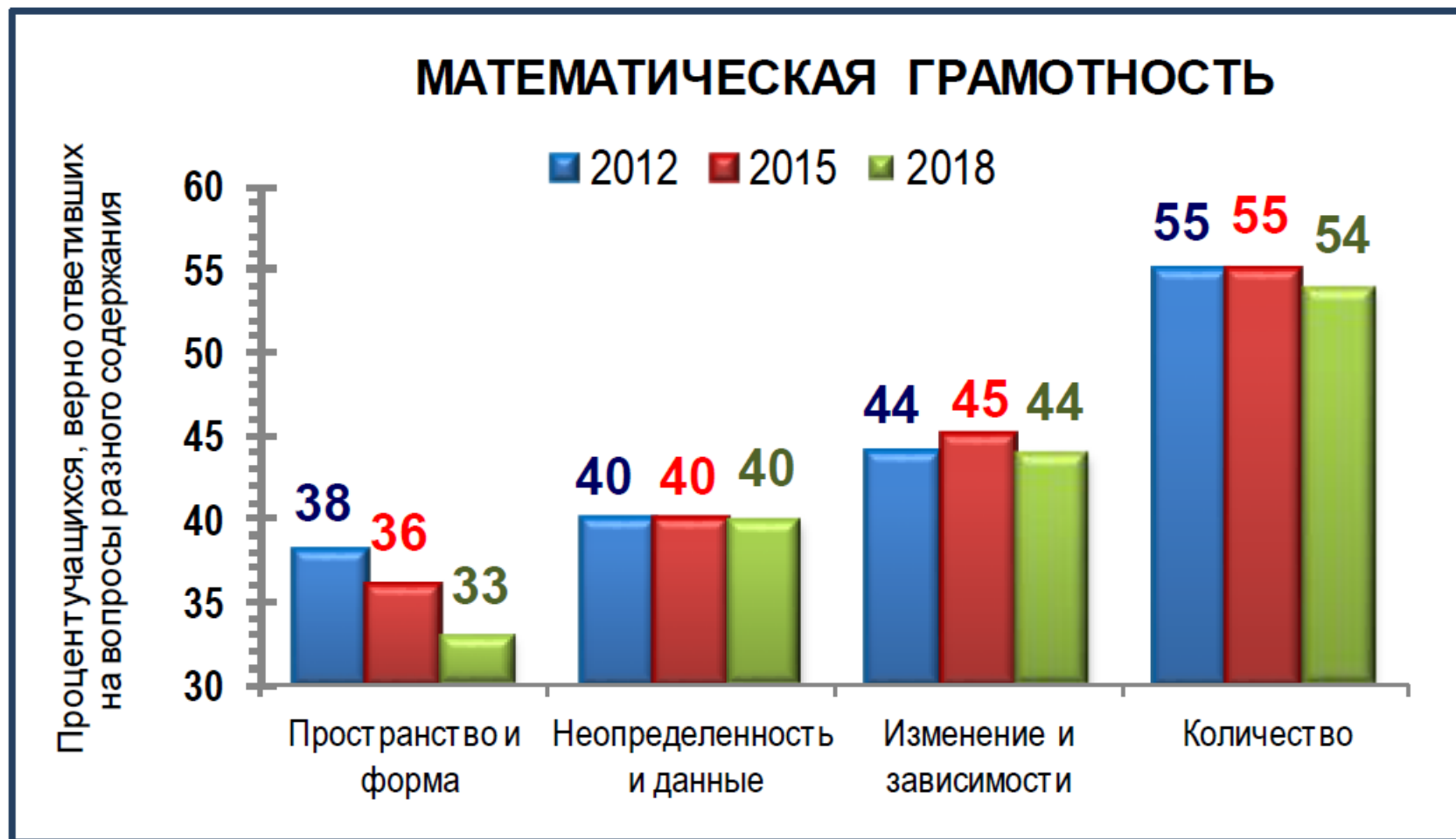
Центральный компонент математической грамотности -
связь между математическими рассуждениями и решением
поставленной проблемы

Для решения проблемы учащийся сначала должен *увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики.*

Акцент при оценке - математические *рассуждения.*

Результаты РФ. Виды деятельности





- **Новые темы** по областям содержания:

Явления роста: линейные, нелинейные, квадратичные и экспоненциальные зависимости (**Изменение и зависимости**)

Геометрическая аппроксимация свойств нестандартных или незнакомых форм и объектов путем разбиения этих фигур и объектов на знакомые формы и объекты (**Пространство и формы**)

Компьютерное моделирование: анализ изменений, влияния переменных на результат; калькулятор (**Количество**)

Принятие решений в ситуациях неопределенности: использование вероятности и основных принципов комбинаторики для интерпретации ситуаций и прогнозирования (**Неопределенность и данные**)

PISA-2022: Новые типы заданий

Компьютерное моделирование (работа с изображениями):
инструменты перетаскивания объектов,
измерения и построения,
симуляторы формул

Представление информации (не линейное):
вкладки с информацией в различных формах (графики, таблицы и пр.)

Электронные таблицы (аналоги):
сортировка,
вычисления,
анализ данных

Работа с утверждениями:
всегда-иногда-никогда,
привести свой пример или контрпример

Подумайте!

- Всякое ли сюжетное задание - «PISA-подобная задача» - можно соотнести с математической грамотностью?
- Что отличает задания PISA от их двойников?

Пример «Пицца»

«В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 30 зедов. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 40 зедов. Какие пиццы выгоднее покупать в этой пиццерии? Приведите ваши рассуждения.»

- **Область содержания:** Изменение и зависимости.
- **Когнитивный процесс:** Формулировать.
- **Контекст:** Личный
- **Результат:** РФ - 2003: 11%.

Пример «Парусные корабли»

Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Рис © by skysails

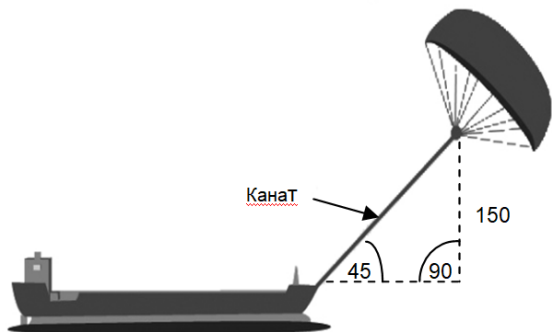


Вопрос 1. Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля. С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

- 6 км/ч – 16% (25%, вместо 125% от 24 км/ч)
- 18 км/ч – 6% (100% - 25% = 75% от 24 км/ч)
- 25 км/ч – 8% (не поняли условие задачи)
- 30 км/ч * – 57% ($24 \cdot 1,25 = 30$ км/ч)
- 49 км/ч – 3% (24 км/ч + 25%)

ХАРАКТЕРИСТИКИ:
КОЛИЧЕСТВО / НАУЧНЫЙ / ПРИМЕНЯТЬ

Вопрос 2. Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в 45° и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?



Примечание: Рисунок сделан не в масштабе.
© by skysails

- 173 м – 15%
- 212 м * – 45%
- 285 м – 18%
- 300 м – 18%

ХАРАКТЕРИСТИКИ:
ПРОСТРАНСТВО И ФОРМА /
НАУЧНЫЙ /
ПРИМЕНЯТЬ

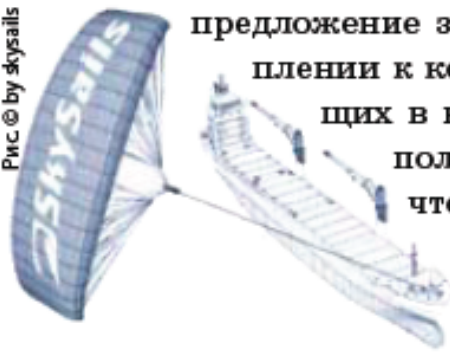
Пример «Парусные корабли»

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра,

чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Рис © by skysails



Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Пример «Парусные корабли»

- 1) $3500000 \cdot 0,2 = 700000$ (л)
- 2) $700000 \cdot 0,42 = 294000$ (з.)
- 3) $2500000 : 294000 \approx 8,5$ (л.)

Пример 3. Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.


Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Из-за высокой стоимости дизельного топлива **0,42 зедра** за литр топлива корабль «Новая волна» планирует о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на **20%**.



Название: «Новая волна».
 Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).
 Длина: 117 метров.
 Ширина: 18 метров.
 Грузоподъёмность: 12 000 тонн.
 Максимальная скорость: 19 узлов.
 Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно **3 500 000 литров**.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет **2 500 000 зедов**.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Пример «Парусные корабли»

- **Область содержания:** Количество
- **Когнитивный процесс:** Формулировать
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ - 2012: 16%
Средний результат стран ОЭСР: 15%
Максимальный результат: 47%

Мнение экспертов:

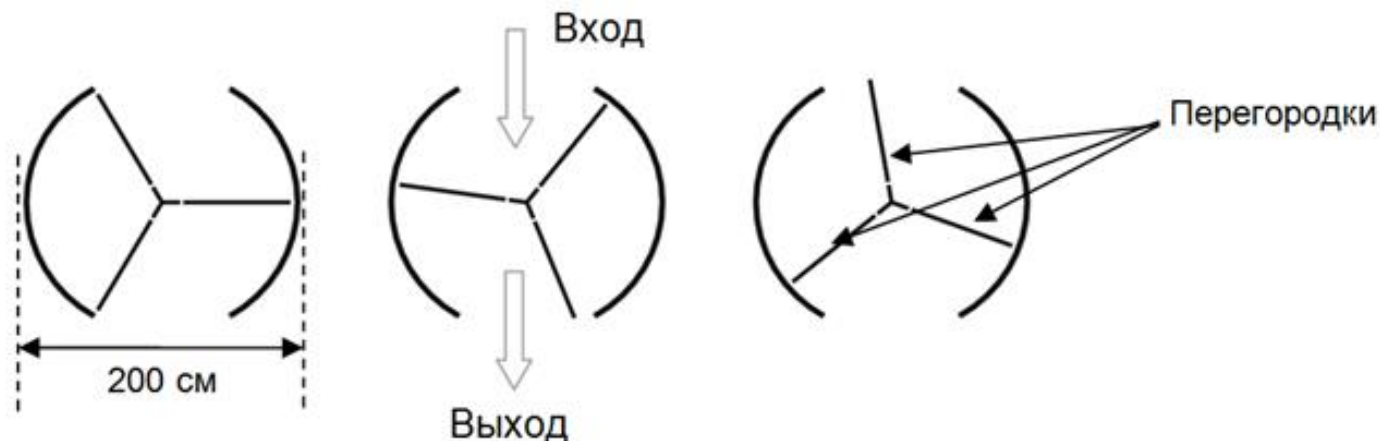
Задача была бы более сильной для российских учащихся, если бы была сформулирована в редакции (типичная задача):

За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?



Пример «Вращающаяся дверь»

Пример «Вращающаяся дверь». Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Вопрос 1. Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками? Ответ: 120° .

Пример «Вращающаяся дверь»

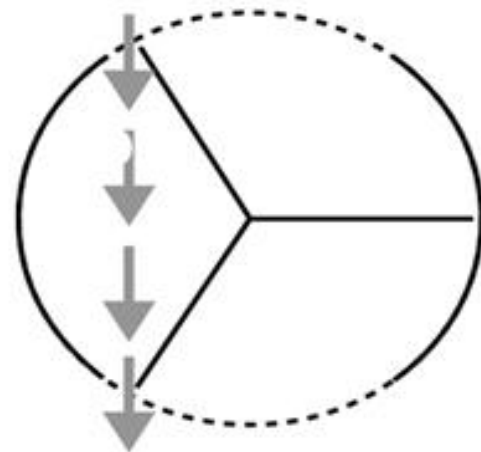
Вопрос 2. Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход.

Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Ответ: в пределах от 103 до 105 (значение зависит от точности значения π , использованного в вычислениях), принимаются ответы $(\frac{100\pi}{3})$, вычисленные как 1/6 длины окружности.

В этой позиции возможно поступление воздуха.





ВОПРОС 3.

Дверь делает 4 полных оборота за минуту. В каждом из трёх секторов двери могут поместиться максимально 2 человека.

Какое наибольшее число людей может войти в здание через эту дверь за 30 минут?

- 60 – 16%
- 180 – 14%
- 240 – 29%
- 720* – 38%

Вопрос 1

- **Область содержания:** Пространство и форма.
- **Когнитивный процесс:** Применять.
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ: 58%, стран ОЭСР: 58%, максимальный: 90%.

Вопрос 2

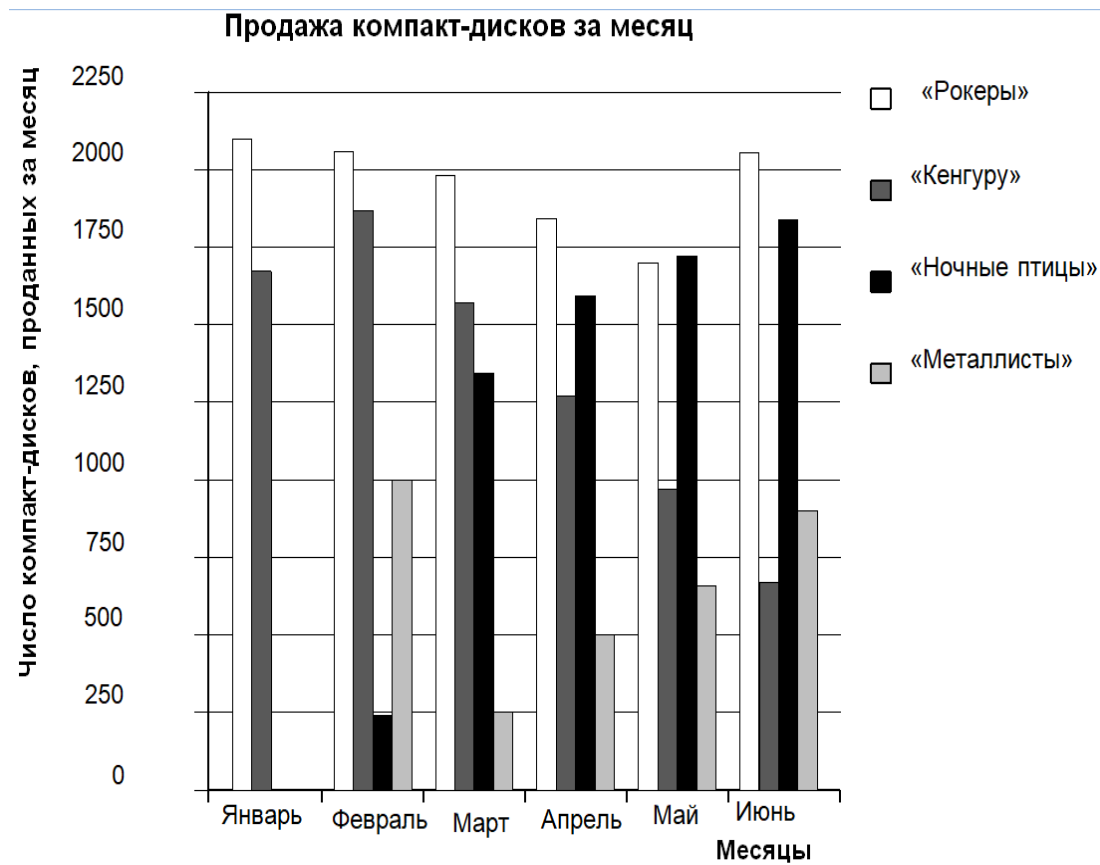
- **Область содержания:** Пространство и форма.
- **Когнитивный процесс:** Формулировать.
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ: 3%, стран ОЭСР: 4%, максимальный: 14%

Вопрос 2

- **Область содержания:** Количество.
- **Когнитивный процесс:** Формулировать.
- **Контекст:** Научная деятельность
- **Результаты:** РФ: 38%, стран ОЭСР: 46%, максимальный : 65%

Пример «Продажа музыкальных дисков»

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Пример «Продажа музыкальных дисков»

Вопрос 1. Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

- 1) 250 2) 500* 3) 1000 4) 1270

Вопрос 2. В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- 1) Не было такого месяца 2) Март 3) Апрель * 4) Май

Вопрос 3. Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь. Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

- 1) 70 компакт-дисков
2) 370 компакт-дисков *
3) 670 компакт-дисков
4) 1340 компакт-дисков

Пример «Продажа МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ»

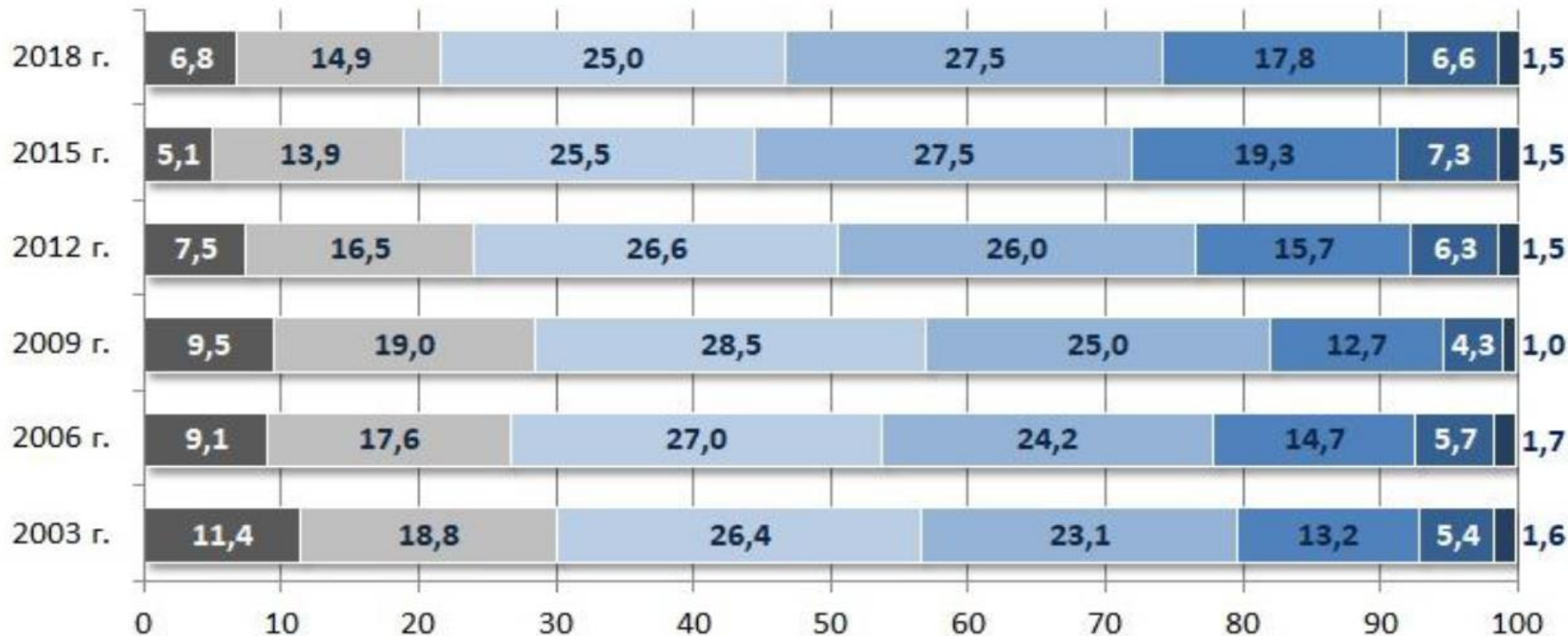
- **Область содержания:** Неопределенность и данные
- **Когнитивный процесс:** Интерпретировать
- **Контекст:** Общественная жизнь
- **Результаты:**

Вопрос 1: РФ: 89%, страны ОЭСР: 87%

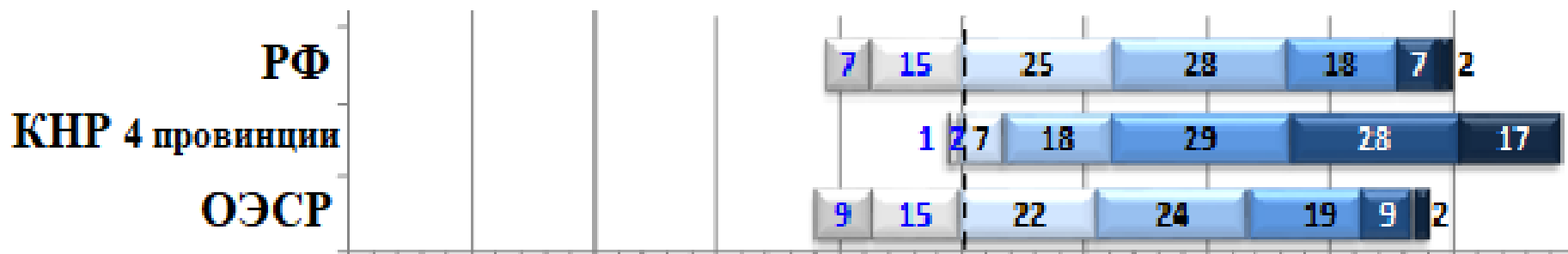
Вопрос 2: РФ: 72%, страны ОЭСР: 80%

Вопрос 3: РФ: 72%, страны ОЭСР: 77%

■ Ниже Уровня 1 ■ Уровень 1 ■ Уровень 2 ■ Уровень 3 ■ Уровень 4 ■ Уровень 5 ■ Уровень 6

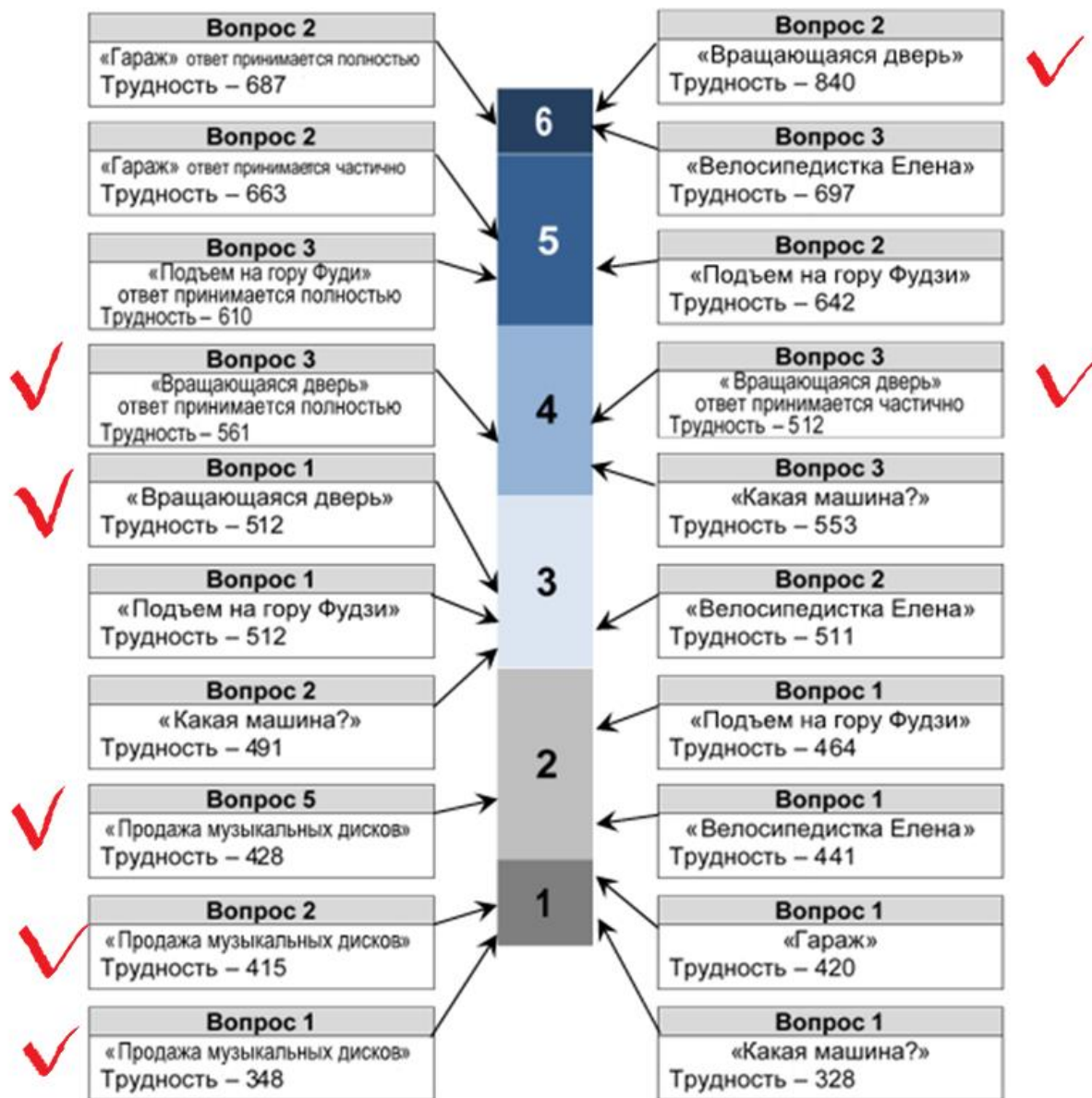


УРОВНИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ



- **6 уровень:** *исследование и моделирование сложных проблем*, нетипичные контексты, разные источники, различные формы, новые стратегии, рассуждения, интуиция, выводы и аргументация в письменной форме, рефлексия.
- **5 уровень:** *модели, сложные проблемы, распознавание ограничений, установление допущений*, различные стратегии решения, связанные формы информации, использование формального языка, выводы и размышления, начала рефлексии.
- **4 уровень:** *четко определенные модели, сложная, но конкретная ситуация, понимание ограничений*, рассуждения и ограниченная интуиция в простых ситуациях, интеграция информации из различных форм, своя интерпретация, объяснения и аргументы.
- **3 уровень:** *простые модели*, четко описанные процедуры, простые методы, различные источники, прямые рассуждения, элементарная интерпретация, предметные навыки.
- **2 уровень:** единственный источник, единственная форма представления, стандартные алгоритмы, формулы, действия, методы, прямой вывод, интерпретация полученного результата.
- **1 уровень:** знакомые контексты, вся необходимая информация и вопросы в явном виде, прямые указания, стандартные процедуры, очевидные действия.

Задания на шкале уровней МГ



Подумайте!

- Что, на Ваш взгляд, мешает формированию математической грамотности?

Модель задания для формирования и оценки МГ

| | | |
|--|--|--|
| <p>Контекст:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Личная жизнь</i> • <i>Образование/ профессии</i> • <i>Общественная жизнь</i> • <i>Научная деятельность</i> | <p>Когнитивная область:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>формулировать</i> • <i>применять</i> • <i>интерпретировать/оценивать</i> • <i>рассуждать</i> <p style="text-align: center;">МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ Задания</p> | <p>Область содержания:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Изменения и зависимости</i> • <i>Пространство и форма</i> • <i>Неопределенность и данные</i> • <i>Количество</i> |
| <p>Основные положения:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Соответствие стандарту • Актуальность мат. содержания (по классам) • Использование компьютера | <p>Принципы:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Комплексность • Мотивационность • Реалистичность • Проблемность • Вариативность способов • Компетентность • Уровневость | <p>Структура:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Текст-описание – вербальный, графический • Иллюстрации • Справочный материал • Вопросы |

Пример задания. 8 кл.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребёнка» (Задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Пособие на ребёнка

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.



https://aprinr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481_foto-semi.jpg

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

| Член семьи | Доход за последние 12 месяцев, руб. |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| Мама – Иванова Мария Петровна | 347 040 |
| Папа – Иванов Сергей Андреевич | 429 000 |

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

- Да
 Нет

Обоснование: _____

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны _____ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича _____ руб.

Обоснование: _____



Пример задания «Пособие на ребенка»

на ребенка»

ХАРАКТЕРИСТИКИ И СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ. Часть 1.

Комплексное задание «Пособие на ребенка» (2 задания).

Пособие на ребенка. Задание 1.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Применять
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста)
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

| Код | Содержание критерия |
|-----|--|
| 2 | <p>Дан ответ: «Да». Приведено верное обоснование.</p> <p><i>Возможное обоснование:</i></p> <p>1) $(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.);</p> <p>2) $11054 \cdot 2 = 22\,108$ (руб.);</p> <p>$16\,167,5 < 22\,108$.</p> |
| 1 | <p>Дан ответ: «Нет». Приведено обоснование, где сравниваются числа 16 167,5 и 11054 (не все условия выполнены – сравнивают с одним прожиточным минимумом, а не с двумя).</p> <p>$(347040 + 429000) : 4 : 12 \approx 16\,167,5$ (руб.);</p> <p>$16\,167,5 > 11\,054$</p> |
| 0 | Другие ответы. |



Пример задания «Пособие на ребенка»

Пособие на ребенка. Задание 2.

Характеристики задания

- Содержательная область: Количество
- Компетентностная область: Рассуждать
- Контекст: Личная жизнь
- Уровень сложности: Средний
- Формат ответа: Задание с развёрнутым ответом (в виде текста, рисунка или и рисунка, и текста);
- Объект оценки: Реальные денежные расчёты с извлечением данных из таблицы и текста, вычисления с рациональными числами, сравнение величин

Система оценивания

| Код | Содержание критерия |
|-----|--|
| 2 | Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков составляет не менее 88432 рублей. Приведено обоснование, в котором общая сумма заработков сравнивается с 88432 руб. |
| 1 | Любые примеры, в которых общая сумма ежемесячных заработков не менее 88432 рублей. Однако не приведено обоснование ответа, либо нет сравнения с числом 88432. |

Проблемы формирования МГ

- Учителя не видят разницы между предметными результатами и функциональной грамотностью, однако, предметный уровень высокий (TIMSS), а функциональный средний (PISA)
- Недостаточная мотивация учителей (например, в силу перегрузки, акцента на экзамены и пр.)
- Многообразие подходов дезориентирует учителя
- Отсутствие комплексных заданий (открытый банк)
- Отсутствие методики и опыта учителей
- Несформированность минимально необходимых предметных навыков у учащихся
- Несформированность у учащихся метапредметных навыков (смысловое чтение, логические, регулятивные, работы с информацией и пр.)

Подумайте!

- Что надо, с Вашей точки зрения, усовершенствовать в первую очередь, чтобы повысить качество образования?

Спасибо за внимание!

Время задавать вопросы.

Лариса Олеговна Рослова
roslova.math@yandex.ru